

Optimalno filtriranje

11. domača naloga pri predmetu Modelska analiza I Domen Vaupotič

V nalogi obravnavamo filtriranje zaporednih meritev, ki jih dobimo ob spremljanju nekega dinamičnega sistema. Za doseganje boljše natančnosti meritev uporabimo *Kalmanov filter* v diskretni obliki. Naj bo torej $\mathbf{x}_n$ vektor stanja sistema ob času n in P_n pripadajoča kovariančna matrika. Dinamični sistem naj se podreja časovni evoluciji

$$\mathbf{x}_{n+1} = F_n \mathbf{x}_n + \mathbf{c}_n + \mathbf{w}_n,$$

pri čemer je F_n prehodna matrika sistema, $\mathbf{c}_n$ kontrolni vektor in $\mathbf{w}_n$ vektor Gaussovega šuma s povprečjem 0 in kovariančno matriko Q_n .

Kalmanov filter poteka v dveh zaporednih stopnjah:

1. Napoved glede na prejšnjo izboljšano meritev in dinamični model

$$\mathbf{x}_{n+1}^- = F_n \mathbf{x}_n^+ + \mathbf{c}_n$$

$$P_{n+1}^- = F_n P_n^+ F_n^T + Q_n$$

2. Izboljšanje napovedi z novo meritvijo

$$K_{n+1} = P_{n+1}^- H_{n+1}^T (H_{n+1} P_{n+1}^- H_{n+1}^T + R_{n+1})^{-1}$$

$$\mathbf{x}_{n+1}^+ = \mathbf{x}_{n+1}^- + K_{n+1} (\mathbf{z}_{n+1} - H_{n+1} \mathbf{x}_{n+1}^-)$$

$$P_{n+1}^+ = (I - K_{n+1} H_{n+1}) P_{n+1}^-$$

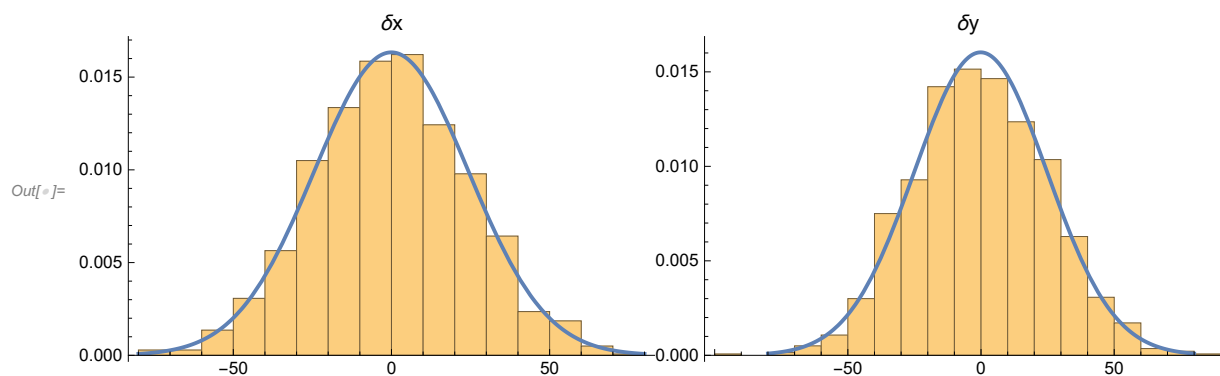
1. naloga

Obravnavamo integracijo senzorjev položaja, hitrosti in pospeška. Oglejmo si celotno trajektorijo meritev.

Trajektorija meritev



S primerjanjem dejanskih položajev in meritev preverimo, ali je šum pri merjenju položaja res Gausovski.

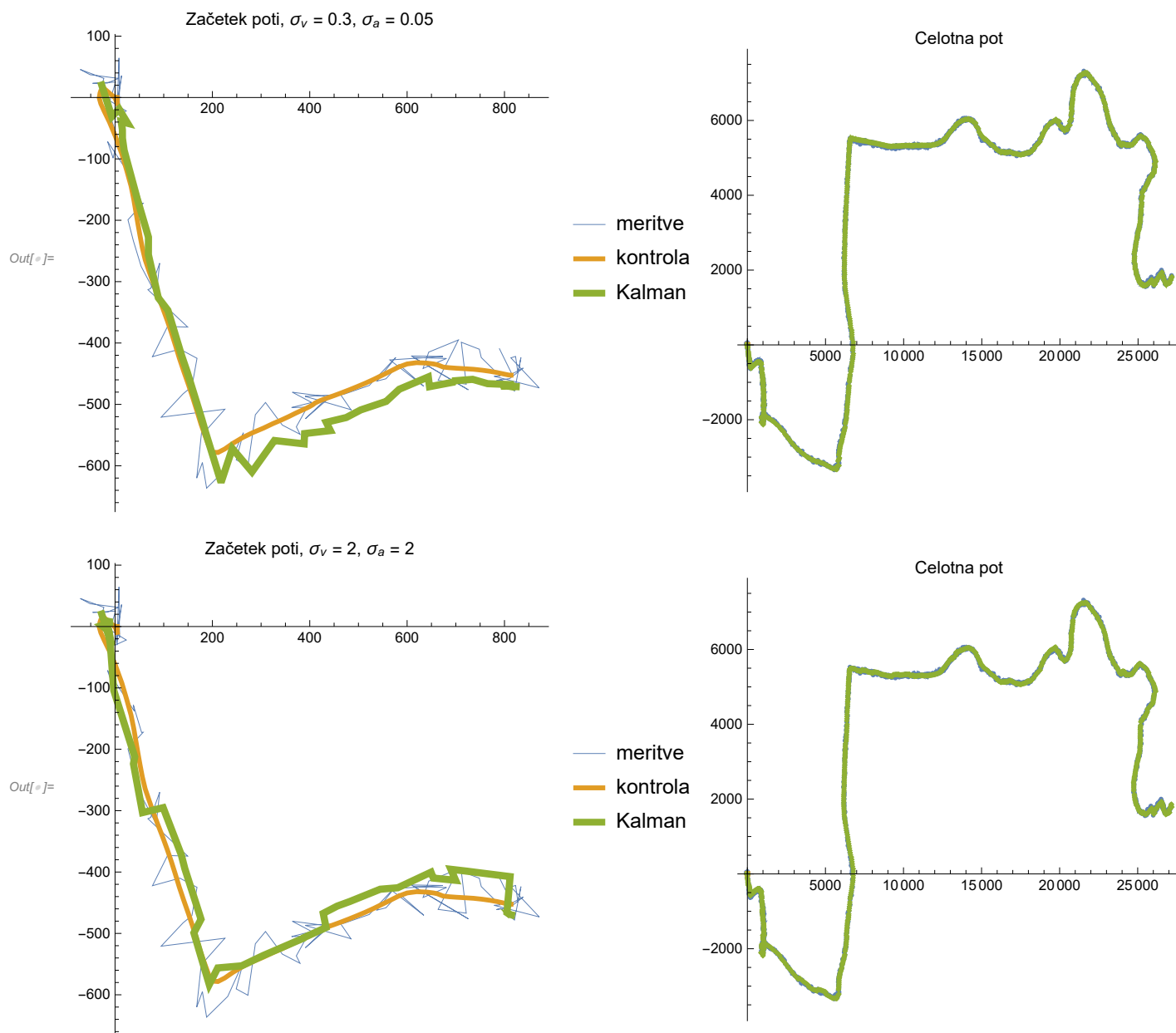


Statistični test pokaže, da je šum zares Gausovski.

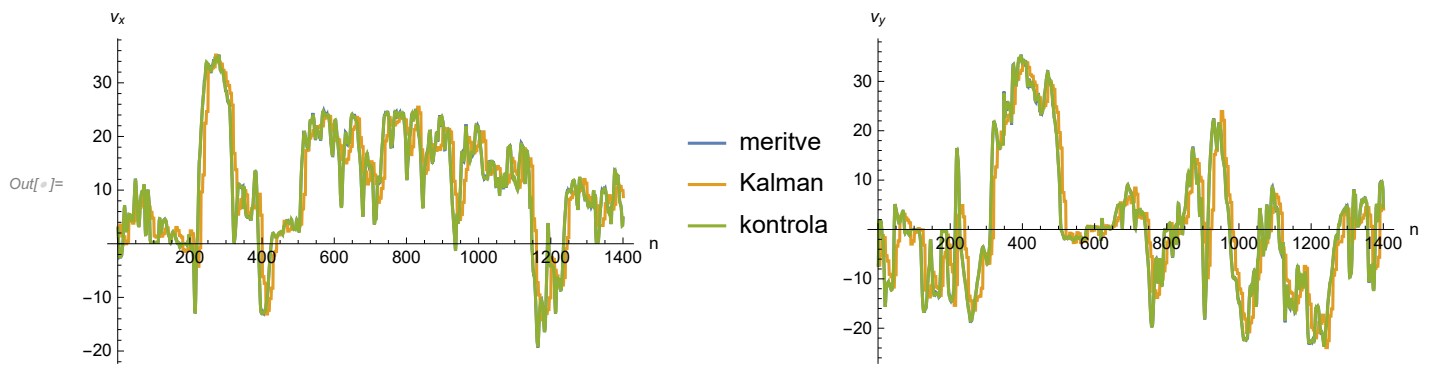
`Out[*]=` The null hypothesis that the data is distributed according to the `NormalDistribution[x, y]` is not rejected at the 5 percent level based on the Kolmogorov-Smirnov test.

`Out[*]=` The null hypothesis that the data is distributed according to the `NormalDistribution[x, y]` is not rejected at the 5 percent level based on the Kolmogorov-Smirnov test.

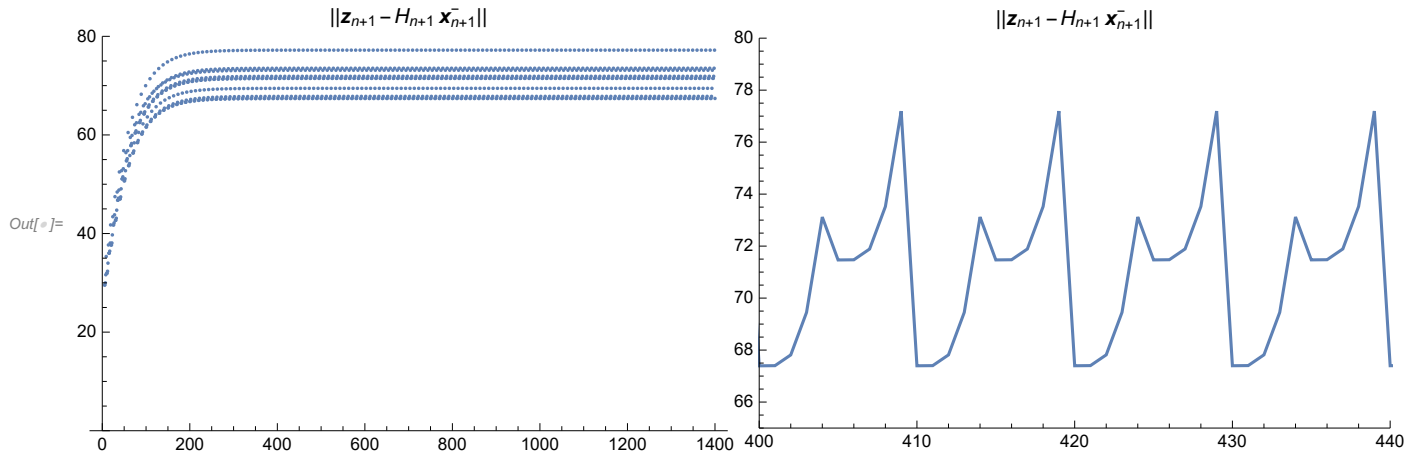
Na spodnjih grafih so prikazani rezultati filtriranja meritev s Kalmanovim filtrom. Izmerki so dodatno razredčeni, tako da je uporabljena samo vsaka 5. meritev hitrosti in vsaka 10. meritev položaja.



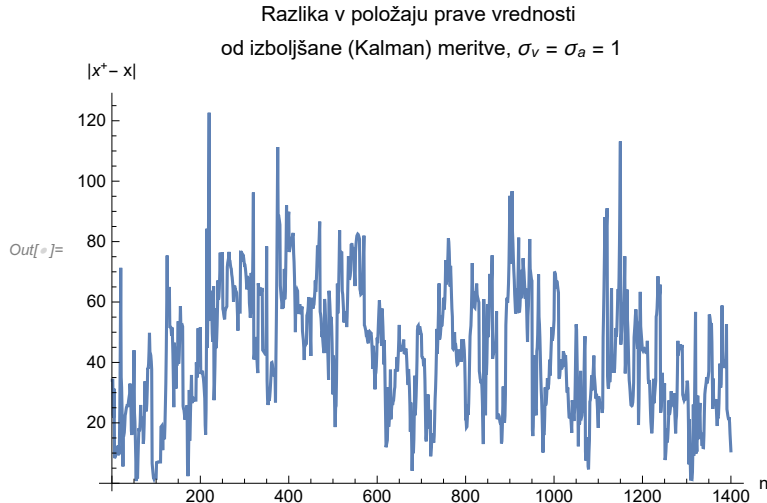
Na spodnjih grafih je prikazan časovni potek obeh komponent hitrosti.



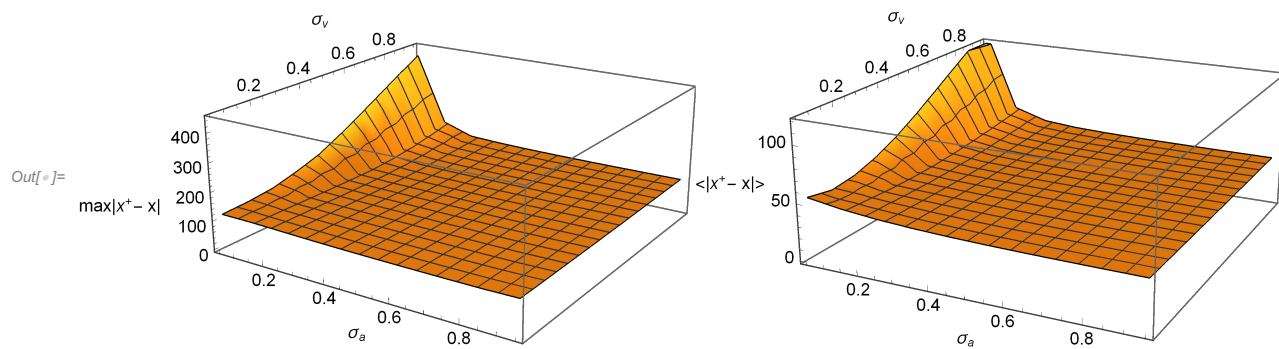
Oglejmo si, kako se med trajektorijo spreminjajo residuali. Opazimo, da je graf sestavljen iz več vej, kar je posledica izpuščanja meritev. Z vsako manjkajočo meritvijo residual naraste, medtem ko pri upoštevanju meritve residual pade.



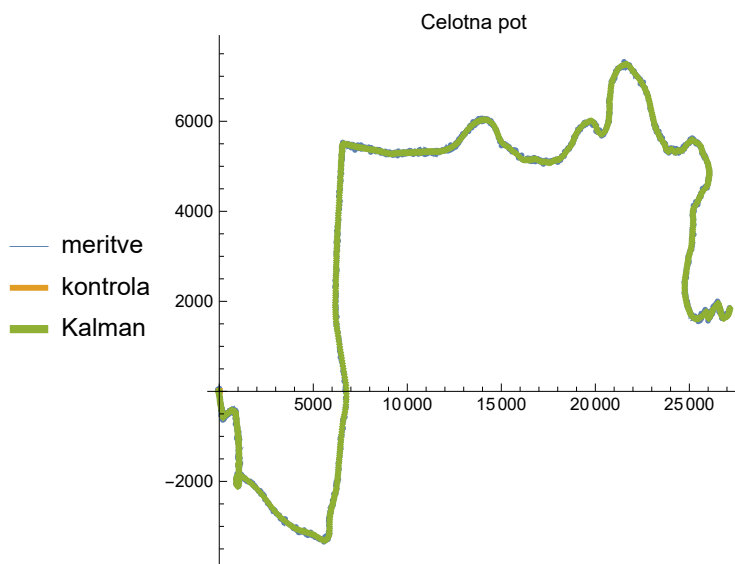
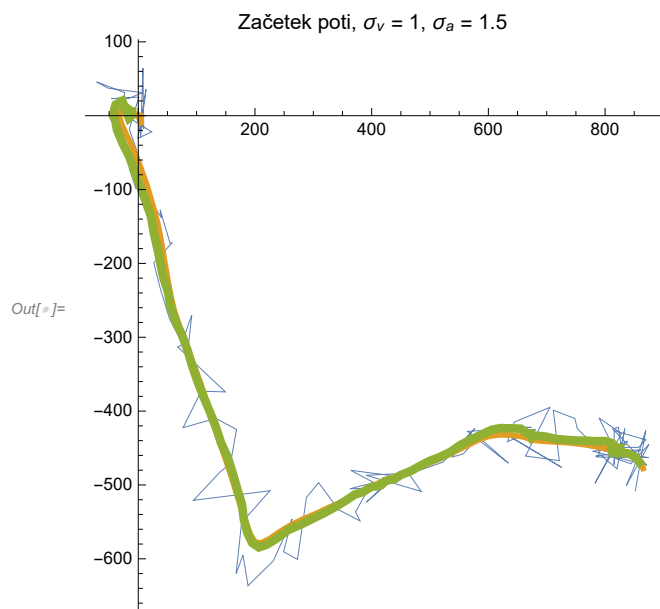
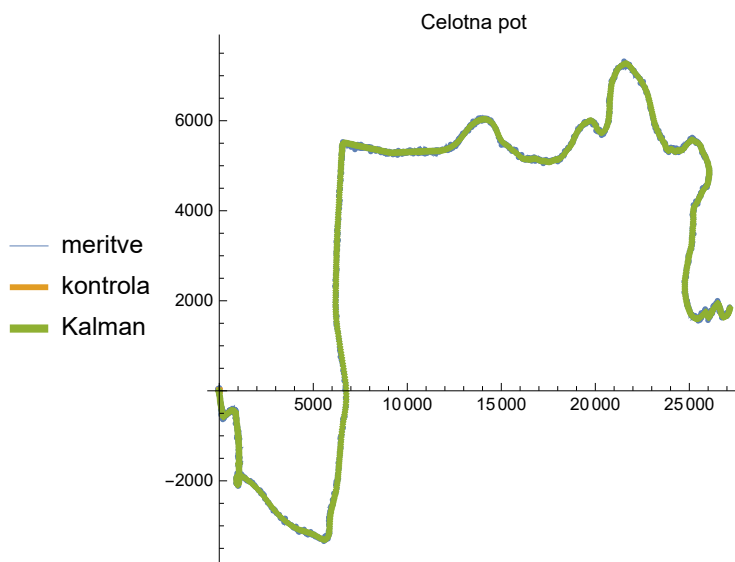
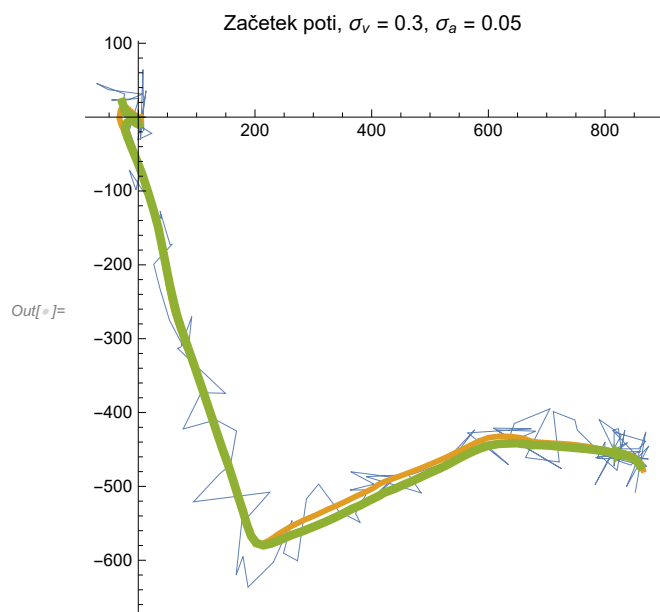
Primerjajmo sedaj še filtrirane meritve s pravimi. Na spodnjem grafu je prikazana napaka v položaju.



Oglejmo si še, kako je razlika med filtrirano meritvijo in pravo vrednostjo odstopa odvisna od negotovosti meritev σ_a in σ_v . Na spodnjih grafih sta prikazani odvisnost največje razlike in odvisnost povprečne razlike med filtrirano meritvijo in pravo vrednostjo. Opazimo, da razlika strmo naraste pri zelo majhnih $\sigma_a \approx 0.1$ in zmernih $\sigma_v \approx 0.7$, medtem ko je pri večjih negotovostih razmeroma konstantna.



Za konec si oglejmo še, kakšni so filtrirani rezultati, če meritev ne izpuščamo. Trajektorija je znatno bolj gladka in se bolje prilega točnim vrednostim.



3. naloga

Merilci pospeška običajno merijo pospešek, ki je relativen glede na trenutno orientacijo vozila, zato moramo dinamični model nekoliko prilagoditi.

Na spodnjih trajektorijah vidimo, da je ujemanje s točnimi vrednostmi slabše.

